Deux jeux de cartes

Jill-Jênn Vie

10 juin 2024

Choisis un nombre entre 0 et 31. Dans quelles cartes se trouve-t-il ?

1	3	5	7
9	11	13	15
17	19	21	23
25	27	29	31

2	3	6	7
10	11	14	15
18	19	22	23
26	27	30	31

4	5	6	7
12	13	14	15
20	21	22	23
28	29	30	31

8	9	10	11
12	13	14	15
24	25	26	27
28	29	30	31

16	17	18	19
20	21	22	23
24	25	26	27
28	29	30	31

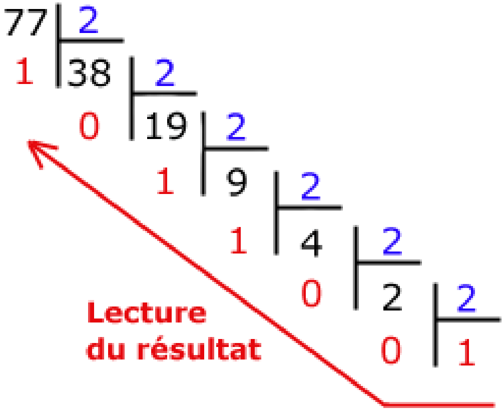
Combien de possibilités pour 2 cartes ? 3 cartes ?

$\{oui, non\} \times \{oui, non\} = \{oui\,oui, oui\,non, non\,oui, non\,non\}$: 4 possibilités

$\{oui, non\} \times \{oui, non\} \times \{oui, non\}$: 8 possibilités

Écriture binaire (Caramuel y Lobkowitz, 1670) (Leibniz, 1679)

Tout nombre s'écrit de façon unique comme somme de puissances de 2.



$$77 = 1 \times 64 + 0 \times 32 + 0 \times 16 + 1 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1 \text{ et s'écrit } 1001101$$

(Didier Müller, *Ars Cryptographica*, apprendre-en-ligne.net)

Écriture binaire des nombres de 0 à 31

0	00000	16	10000
1	00001	17	10001
2	00010	18	10010
3	00011	19	10011
4	00100	20	10100
5	00101	21	10101
6	00110	22	10110
7	00111	23	10111
8	01000	24	11000
9	01001	25	11001
10	01010	26	11010
11	01011	27	11011
12	01100	28	11100
13	01101	29	11101
14	01110	30	11110
15	01111	31	11111

$$\begin{aligned} 22 &= {\color{red}1} \times 16 + {\color{red}0} \times 8 + {\color{red}1} \times 4 + {\color{red}1} \times 2 + {\color{red}0} \times 1 \\ &= 16 + 4 + 2 \\ &= 2^4 + 2^2 + 2^1 \end{aligned}$$

Code Python pour écrire la slide précédente

```
for i in range(32):
    print(i, bin(i))
```

```
0 0b0
1 0b1
⋮
9 0b1001
10 0b1010
```

```
for i in range(32):
    print(f'{i:2d}', bin(i)[2:].zfill(5))
```

```
 0 00000
 1 00001
 ⋮
 9 01001
10 01010
```

Binaire

La façon dont l'information est stockée dans nos ordinateurs

64 Gio $= 64 \times (1024 \times 1024 \times 1024)$ octets $= 68\,719\,476\,736$ octets $= 549\,755\,813\,888$ bits

60 Gio $= 60 \times (1024 \times 1024 \times 1024)$ octets $= 64\,424\,509\,440$ octets $= 515\,396\,075\,520$ bits

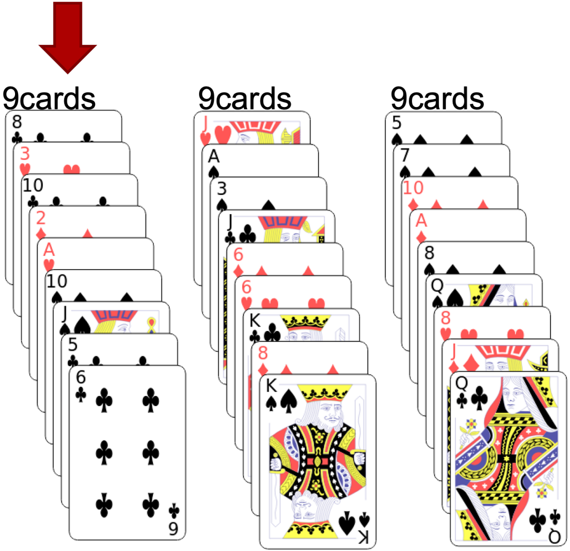
Bref : 64 milliards d'octets (64 Go), ça fait 60 Gio en pratique.

Besoin de 5 bits d'information pour distinguer parmi $2^5 = 32$ objets

Un entier 32 bits peut contenir jusqu'à $2^{32} = 4\,294\,967\,296$ valeurs différentes.

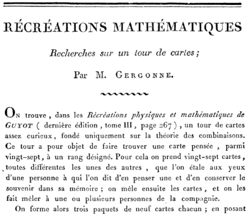
Compression avec perte (JPG) ou sans perte (ZIP)

Tour de cartes : piles de Gergonne



(kiwigive.com)

Joseph Diez Gergonne
(1771–1859)



RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES

Recherches sur un tour de cartes ;

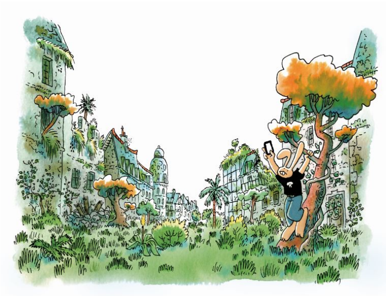
Par M. GERGONNE.

ON trouve, dans les *Récréations physiques et mathématiques de* GUYOT (dernière édition, tome III, page 267), un tour de cartes assez curieux, fondé uniquement sur la théorie des combinaisons. Ce tour a pour objet de faire trouver une carte pensée, parmi vingt-sept, à un rang désigné. Pour cela on prend vingt-sept cartes, toutes différentes les unes des autres, que l'on étale aux yeux d'une personne à qui l'on dit d'en penser une et d'en conserver le souvenir dans sa mémoire ; on mêle ensuite les cartes, et on les fait mêler à une ou plusieurs personnes de la compagnie.

On forme alors trois paquets de neuf cartes chacun ; en posant

publié en 1813–1814

Lewis Trondheim, auteur de *Lapinot*, *Ralph Azham*, *Donjon*, etc.



Un mystérieux e-mail

De : Lewis
Date : 2010

Tes talents mathématiques pourraient m'être utiles.

Je fais actuellement une BD de *heroic fantasy*. Pourrais-tu me faire une liste de 16 objets ayant 4 attributs pouvant prendre 4 valeurs différentes de sorte que 2 objets quelconques ne puissent avoir qu'au plus un attribut en commun ?

Par exemple : (A, 1, Feu, Ouest) et (B, 1, Eau, Est) ont 1 attribut en commun, mais (A, 1, Feu, Ouest) et (A, 2, Feu, Nord) ont 2 attributs en commun donc ça ne va pas.

Un truc qui ressemble à un Sudoku

0	0	0	0
0	1	1	1
0	2	2	2
0	3	3	3
1	0	1	2
1	1	2	3
1	2	3	0
1	3	0	1
2	0	2	1
2	1	3	2
2	2	0	3
2	3	1	0
3	0	3	X
3	1	0	X
3	2	1	X
3	3	2	X

Proposition

Il est impossible d'avoir 17 objets deux à deux compatibles.

Démonstration.

- D'après le principe des tiroirs, parmi 17 objets, au moins 5 ont le même premier attribut.
- Parmi ces cinq, 2 ont le même deuxième attribut, et sont donc incompatibles.

□

La conversation continue

JJ. — Désolé, c'est peut-être impossible, je vais essayer de le prouver.
Lewis. — Ah ouais ? Dommage.

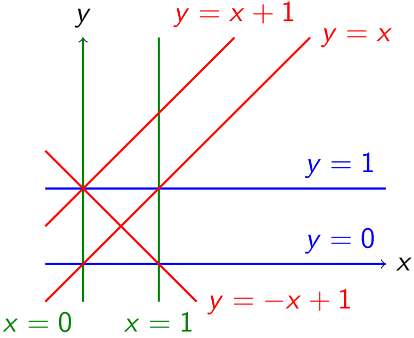
(Je n'arrive pas à le prouver. C'est peut-être possible ?)

JJ. — C'est bon, j'ai réussi !
Lewis. — Bravo ! Maintenant, pourrais-tu regrouper ces 16 objets en 4 familles au sein desquelles les objets n'ont aucun attribut en commun ?

(C'est tellement joli les maths que si ça se trouve, c'est possible.)

Droites

Soit les droites se coupent en un point $\rightarrow$ un attribut en commun
soit elles sont parallèles $\rightarrow$ aucun attribut en commun.



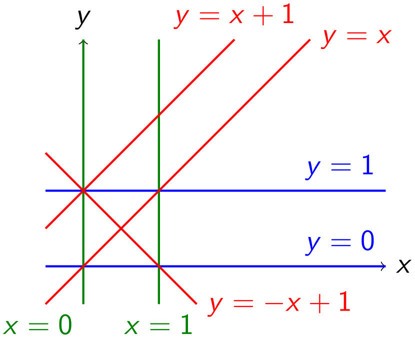
C'est gagné, voici les 16 objets

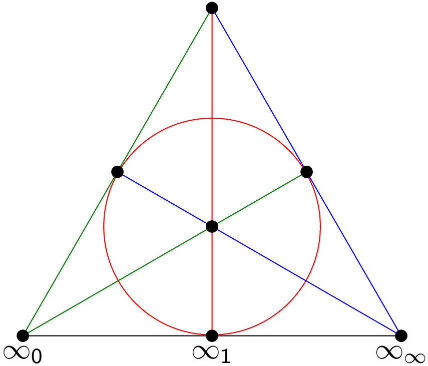
Droite	**0**	**1**	**a**	**b**
$y = 0x + 0$	0	0	0	0
$y = 0x + 1$	1	1	1	1
$y = 0x + a$	a	a	a	a
$y = 0x + b$	b	b	b	b
$y = 1x + 0$	0	1	a	b
$y = 1x + 1$	1	0	b	a
$y = 1x + a$	a	b	0	1
$y = 1x + b$	b	a	1	0
$y = ax + 0$	0	a	b	1
$y = ax + 1$	1	b	a	0
$y = ax + a$	a	0	1	b
$y = ax + b$	b	1	0	a
$y = bx + 0$	0	b	1	a
$y = bx + 1$	1	a	0	b
$y = bx + a$	a	1	b	0
$y = bx + b$	b	0	a	1

Dobble : 2 cartes quelconques ont exactement un symbole en commun

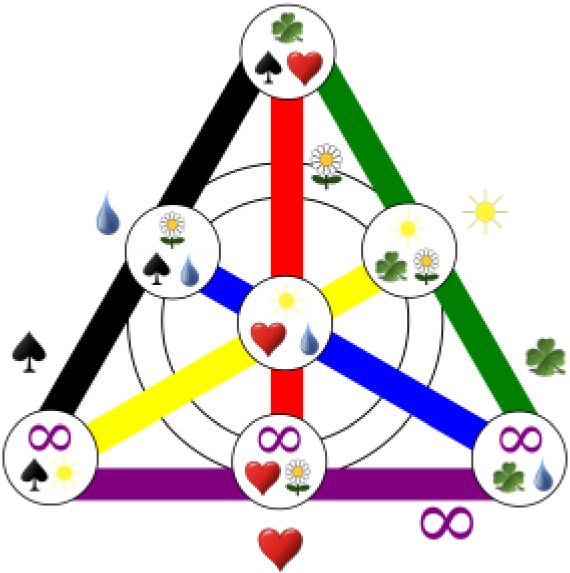
Plan de Fano

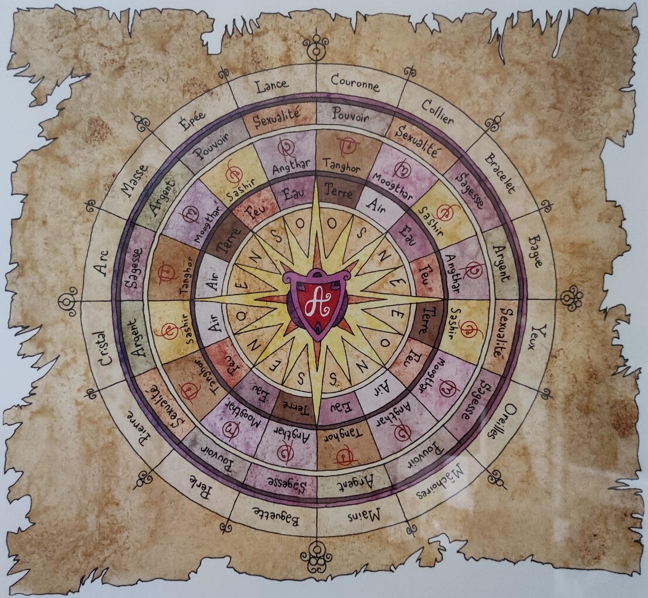
Des droites parallèles. . . se coupent à l'infini !





Mini-dobble sur Images des mathématiques




Couronne
Collier
Bracelet
Bague
Yeux
Oreilles
Mâchoires
Mains
Baguette
Perle
Pierre
Cristal
Arc
Masse
Épée
Lance
Pouvoir
Sexualité
Sagesse
Argent
Sexualité
Sagesse
Pouvoir
Argent
Sagesse
Pouvoir
Sexualité
Argent
Sagesse
Argent
Pouvoir
Sexualité
Tanghor
Moogthar
Sashir
Angthar
Sashir
Moogthar
Angthar
Tanghor
Angthar
Moogthar
Tanghor
Sashir
Tanghor
Moogthar
Sashir
Angthar
Terre
Air
Eau
Feu
Terre
Feu
Air
Eau
Terre
Eau
Feu
Air
Air
Terre
Feu
Eau
O O S N E E O N S S E N O E N S
A